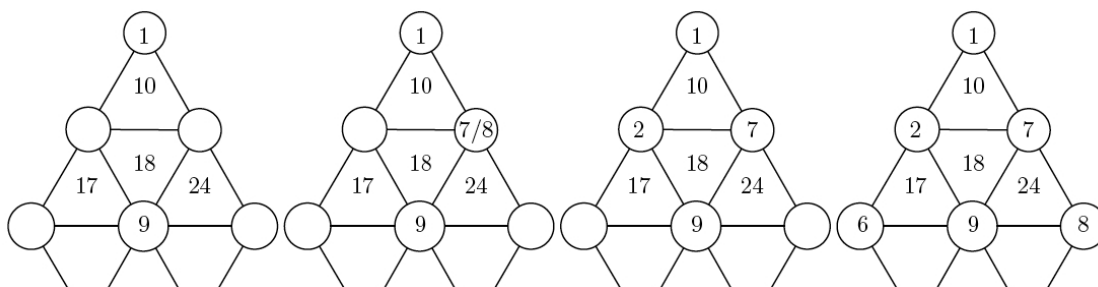


Klassenstufen 7 bis 8

Im Wettbewerb war die Aufgabenstellung zum Teil abgeändert. Insbesondere war der zweite Fall in Aufgabe 4 ausgeschlossen. Bewertet wurde neben Korrektheit auch die Qualität der Begründungen und der Beschreibungen der Lösungswege. Auch Ansätze wurden belohnt.

Aufgabe 1: Ausradiert

1. Lösung Wir finden Schritt für Schritt einige der Einträge.



1. Die Differenz von 18 und 10 ist 8. Da die zugehörigen Dreiecke die Ecken mit 2 und 7 gemeinsam haben, muss die Differenz zwischen der obersten Ecke und der mittleren Ecke auch 8 sein, das geht nur wenn oben 1 steht und in der Mitte 9.
2. Da $24 = 9 + 8 + 7$ die einzige Zerlegung von 24 in eine Summe von drei verschiedenen Zahlen kleiner als 10 ist, müssen die Ecken des zugehörigen Dreiecks diese drei Zahlen enthalten. 9 ist schon gefunden, bleibt für die obere Ecke nur 7 oder 8.
3. Die Summe 10 im oberen Dreieck muss also als $1 + 7 + ?$ oder als $1 + 8 + ?$ geschrieben werden. Im zweiten Fall braucht man eine 1, die steht aber schon in einem Kreis. Es bleibt der erste Fall, also folgern wir, dass 7 in die obere Ecke des 24-Dreiecks muss und 2 in die rechte untere Ecke des 10-Dreiecks.
4. Die Zahlen 6 in der linken Ecke und 8 in der rechten Ecke ergeben sich nun.

Wir haben nun alle Zahlen verwendet außer 3,4,5. Also stehen diese in irgendeiner Verteilung in den Ecken des unteren Dreiecks. Ihre Summe ist 12, und dies ist die Zahl die Max im untersten Dreieck eingetragen hatte.

2. Lösung Wir bilden eine Tabelle mit allen Zerlegungen der vier Zahlen 10,17,18,24 in den Dreiecken als Summen dreier verschiedener Zahlen von 1 bis 9.

10	17	18	24
1+2+7	1+7+9	1+8+9	7+8+9
1+3+6	2+6+9	2+7+9	
1+4+5	2+7+8	3+6+9	
2+3+5	3+5+9	3+7+8	
	3+6+8	4+5+9	
	4+5+8	4+6+8	
	4+6+7		

1. Das 24-Dreieck hat Ecken 7,8,9.
2. Das 10-Dreieck hat Ecken 1,2,7, weil es eine Ecke mit dem 24-Dreieck gemeinsam hat. Diese gemeinsame Ecke hat die Zahl 7.
3. Das 18-Dreieck hat Ecken 2,7,9, weil es zwei Ecken mit dem 10-Dreieck gemeinsam hat.
4. Da die eine gemeinsame Ecke schon die Zahl 7 hat, bekommt die gemeinsame Ecke von 10-Dreieck und 17-Dreieck die Zahl 2 und die Ecke, die das 18-Dreieck nicht mit dem 10-Dreieck teilt, die Zahl 9.
5. Damit sind zwei Ecken des 24-Dreiecks belegt mit 7,9, die letzte, rechte untere Ecke hat also die Zahl 8.
6. Auch vom 17-Dreieck sind zwei Ecken belegt, und zwar mit 2 und 9. Also hat die letzte, die linke untere Ecke, die Zahl 6.
7. Für die Ecken des ???-Dreiecks bleiben nur die Zahlen 3,4,5. Also hatte Max in dieses Dreieck die Summe 12 eingetragen.

Aufgabe 2: Buntstifte

Wir bringen die Kinder in eine Reihenfolge, so dass gilt: Das erste Kind hat am wenigsten Stifte, das zweite am zweit-wenigsten, usw., und das zehnte am meisten. Dabei nimmt von Kind zu Kind die Zahl der Stifte immer zu, da keine zwei Kinder gleich viele Stifte haben.

Das erste Kind hat mindestens einen Stift. Das zweite hat mindestens einen Stift mehr als das erste Kind, also mindestens zwei Stifte. Also hat das dritte Kind mindestens drei Stifte, das vierte mindestens vier usw., und das zehnte Kind mindestens zehn Stifte.

Vom ersten Kind nehmen wir irgendeinen Stift, wir haben dann einen Stift.

Das zweite Kind hat mindestens zwei Stifte, also mindestens eine Farbe, die wir noch nicht haben, da wir erst einen Stift haben. Wir nehmen dann vom zweiten Kind eine Farbe, die wir noch nicht haben.

Das dritte Kind hat mindestens drei Stifte, also mindestens eine Farbe, die wir noch nicht haben, da wir bisher erst zwei Stifte haben. Wir nehmen von ihm eine Farbe, die wir noch nicht hatten.

So können wir von jedem Kind eine Farbe bekommen, die wir noch nicht haben, weil jedes Kind, das wir fragen, mehr Stifte hat, als wir bis dahin haben.

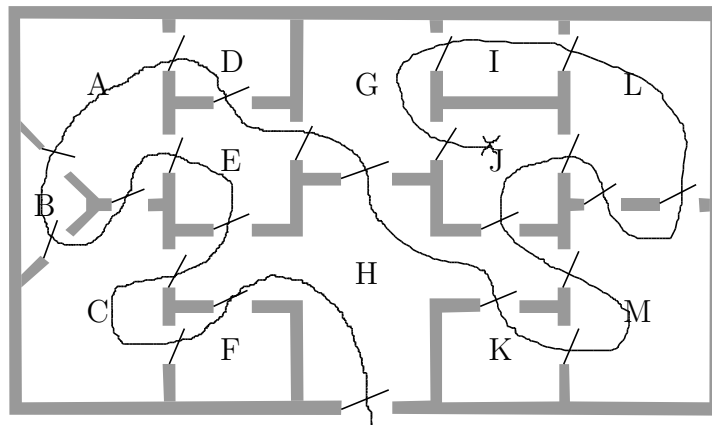
Aufgabe 3: Der Diamant

Der Nachtwächter ist am Anfang nicht im Museum und alle Türen sind offen. Wenn er zum ersten Mal in den Raum **E** kommt, schließt er eine Tür hinter sich ab. Er muss dann wieder aus dem Raum heraus, geht also durch eine zweite Tür, die er dann auch verschließt.

Da noch zwei Türen von **E** offen sind, muss er ein zweites Mal in den Raum kommen, er verschließt dann hinter sich die dritte Tür. Weil noch eine Tür offen ist, muss er **E** auch wieder verlassen, und er schließt dann die letzte Tür von **E** zu. Also kann er nicht wieder nach **E** hinein. Er verbringt die Nacht also in einem anderen Raum, und deshalb ist der Diamant in dem anderen Raum und nicht in **E**.

Aus dem gleichen Grund kann der Diamant in keinem Raum sein, der eine gerade Anzahl von Türen hat. Weil es nur einen Raum gibt der eine ungerade Anzahl von Türen hat, nämlich der Raum **J**, können wir mit Sicherheit sagen, dass der Diamant in Raum **J** ausgestellt wird.

Einen möglichen Weg des Nachtwächters dorthin zeigt die Abbildung.



Aufgabe 4: Ein Gast schleicht sich ein

Wir streichen in einer Tabelle alle Zahlen aus, die aufgrund der Aussagen nicht möglich sind.

2	x	4	x	6	x	8	x	10	x	12	x	14	x	16	x	18	x	20	x	22	x	24	x
x	3	x	x	6	x	x	9	x	x	12	x	x	15	x	x	18	x	x	21	x	x	24	x
x	3	x	x	x	x	8	x	x	x	x	13	x	x	x	x	18	x	x	x	x	23	x	x
x	x	4	x	6	x	8	9	10	x	12	x	14	15	16	x	18	x	20	21	22	x	24	25
x	3	x	5	x	7	x	9	x	11	x	13	x	15	x	17	x	19	x	21	x	23	x	25

Es bleiben in der ersten Zeile nur die geraden Zahlen, in der zweiten nur die durch 3 teilbaren, in der dritten die Zahlen, die auf die Ziffern 3 oder 8 enden, in der vierten die Zahlen, die keine Primzahlen sind und in der letzten die ungeraden Zahlen.

Die Anzahl der Personen nimmt nur einmal um eine Person zu. Das heißt, dass man beim Durchgang durch die Stille in der Regel eine Zeile senkrecht nach unten geht. Nur in dem einen Fall, dass eine Person hinzukommt, kommt man in der nächsten Zeile zur nächstgrößeren Zahl.

Der einzige Weg durch die Tabelle, der nur über erlaubte Zahlen führt, beginnt bei 18, führt drei Schritte senkrecht nach unten. In der letzten Stille kommt eine Person dazu, so dass der Weg bei 19 endet.

Also sind am Schluss 19 Personen im Raum.