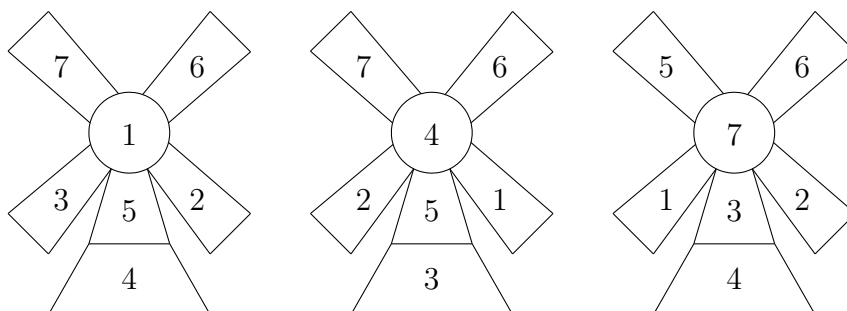


Klassenstufen 5 bis 6

Im Wettbewerb war die Aufgabenstellung zum Teil abgeändert. Insbesondere war eine Begründung in Aufgabe 4 nicht verlangt. Bewertet wurde neben Korrektheit auch die Qualität der Begründungen und der Beschreibungen der Lösungswege. Auch Ansätze wurden belohnt.

Aufgabe 1: Windmühlen

Eine Möglichkeit ist



Es gibt noch viele weitere Möglichkeiten, in jedem Fall aber müssen in den Kreisen die Zahlen 1,4,7 stehen und die Summen in den zugehörigen Windmühlen 10, 12, bzw. 14 sein.

Aufgabe 2: Buchseiten

Die ersten 9 Seiten haben Seitenzahlen 1,2,3,4,5,6,7,8,9, wir benötigen also 9 Ziffern. Die nächsten 90 Seiten haben die zweistelligen Seitenzahlen 10,11,12, ..., 98, 99, für diese benötigen wir also $2 \cdot 90 = 180$ Ziffern. Damit bleiben uns $2085 - 180 - 9 = 1896$ Ziffern. Weil alle dreistelligen Zahlen 100,101,...,999 zusammen $900 \cdot 3 = 2700$ Ziffern benötigen, wir aber nicht mehr so viele Ziffern haben, kann das Buch keine vierstelligen Seitenzahlen haben. Wir brauchen die verbleibenden 1896 Ziffern also für $1896 : 3 = 632$ Seiten mit 3 Ziffern. Zusammen mit den 99 Seiten mit Seitenzahlen mit weniger als drei Ziffern haben wir also $632 + 99 = 731$ Seiten. Auf der Seite mit der höchsten Seitenzahl steht daher die Zahl 731.

Aufgabe 3: Die Reihenfolge

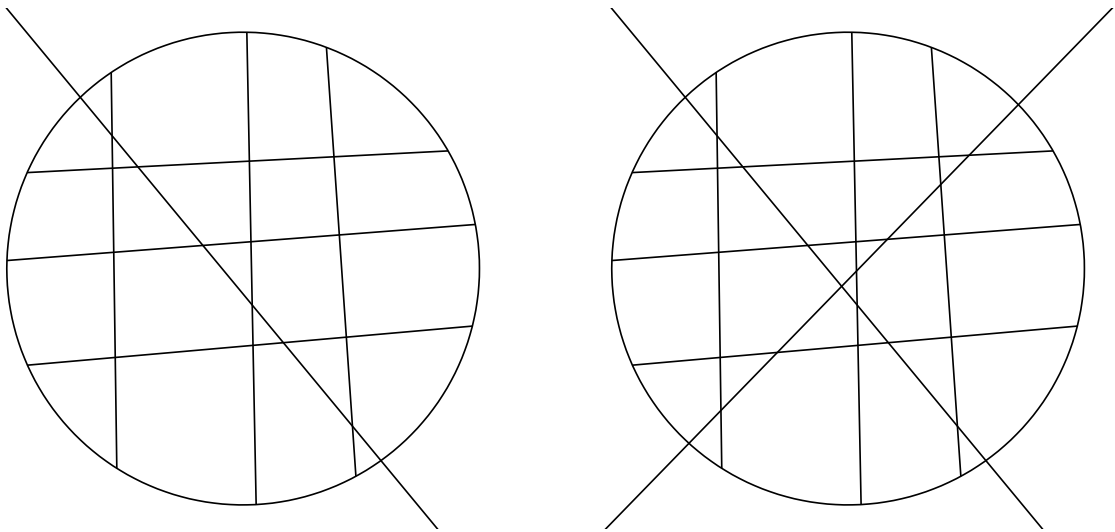
Dirk, Eddy, Ben, Fred, Claus, Adam sind die Namen der Personen nach Größe geordnet, wobei Dirk der Kleinste ist.

Begründung:

1. Adam ist der Größte, da alle fünf anderen kleiner sind.
2. Dirk ist der Kleinste, da jeder andere mindestens einen Kleineren sieht.
3. Eddy ist der Zweitkleinste, da jeder andere außer Dirk mindestens zwei Personen sieht, die kleiner sind.
4. Ben ist der Drittkleinste, da jeder andere außer Dirk und Eddy mindestens drei Personen sieht, die kleiner sind.
5. Fred ist der Drittgrößte, da er alle anderen Personen sieht, von diesen sind drei kleiner als er selber (Dirk, Eddy, Ben), also sind zwei größer.
6. Damit kann Claus nur der Zweitgrößte sein.

Aufgabe 4: Kuchen

Mögliche Lösungen mit ein und zwei weiteren Schnitten sehen wie folgt aus.



Die maximale Anzahl sind 23 nach dem ersten und 31 nach dem zweiten Schnitt. Um diese maximale Anzahl zu erhalten, müssen die zusätzlichen Schnitte alle bereits vorhandenen Schnitte schneiden und dabei deren Schnittpunkte untereinander vermeiden.

Dies lässt sich wie folgt begründen:

Jedes Kuchenstück kann durch einen neuen Schnitt in höchstens zwei Stücke geteilt werden. Damit möglichst viele Stücke entstehen, muss der zusätzliche Schnitt möglichst viele Kuchenstücke teilen.

Ein zusätzlicher Schnitt wird durch die bereits vorhandenen Schnitte und den Kuchenrand in Teilschnitte unterteilt, die jeweils nur genau ein Kuchenstück zerschneiden. Die Anzahl dieser Teilschnitte stimmt also mit der Anzahl der Kuchenstücke überein, die durch den neuen Schnitt zerteilt werden.

Deren Anzahl ist umso größer, je größer die Anzahl der Punkte ist, welche unseren Schnitt in Teilschnitte zerteilt. Daher ist diese Anzahl ist am größten, wenn der zusätzliche Schnitt alle bereits vorhandenen Schnitte in verschiedenen Punkten trifft. Weil sich zwei Schnitte höchstens einmal treffen, kann der erste zusätzliche Schnitt höchstens sechs Schnittpunkte mit den sechs bereits vorhandenen Schnitten haben. Das entspricht sieben Teilschnitten und so entstehen sieben zusätzliche Stücke.

Die größtmögliche Anzahl an Kuchenstücken nach dem ersten zusätzlichen Schnitt ist also $16+7=23$.

Das gleiche Argument zeigt, dass beim zweiten Schnitt die Anzahl um höchstens 8 zunehmen kann, bei höchstens 7 Schnittpunkten mit den bereits vorhandenen Schnitten und damit höchstens 8 Teilschnitten des zweiten neuen Schnitts. Die größtmögliche Anzahl an Kuchenstücken nach dem zweiten Schnitt beträgt also $23+8=31$.