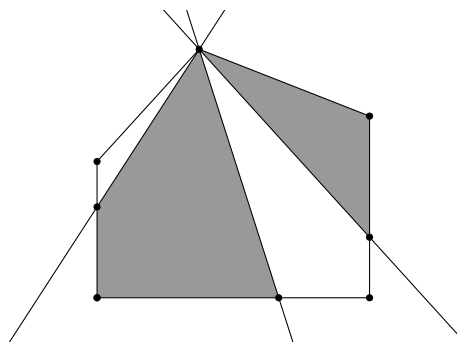


Klassenstufen 11 bis 13

Bitte jeweils in Teams von 3 bis 5 Schülern bearbeiten. Die Bewertung hängt neben der Korrektheit auch von der Qualität der Begründung und der Beschreibung der Lösungswege ab. Auch Ansätze werden belohnt.

Aufgabe 1: Das Fünfeck

Ein konvexes Fünfeck mit zwei benachbarten rechten Winkeln sei in der angegebenen Weise durch drei Geraden in zwei weiße und zwei graue Felder unterteilt. Dabei teilt jede Gerade eine Seite des Fünfecks in zwei Strecken, deren kürzere halb so lang wie die längere ist.



Wie groß ist die weiße Fläche, wenn die graue Fläche insgesamt 100 Flächeneinheiten groß ist?

10 Punkte

Aufgabe 2: Streichholzhaufen

105 Streichhölzer sind in drei Haufen zusammengefasst, die 65, 33 und 7 Streichhölzer enthalten. Die folgenden Züge sind erlaubt:

1. Fasse zwei Haufen zu einem Haufen zusammen.
2. Teile einen Haufen mit einer geraden Anzahl von Streichhölzern in zwei Haufen gleicher Größe auf.

Gibt es eine Folge von erlaubten Zügen, an deren Ende es 105 Haufen gibt mit nur je einem Streichholz?

10 Punkte

Aufgabe 3:

Wir betrachten alle Dreiecke, deren Seitenlängen durch positive ganze Zahlen l, m, n gegeben sind. Dabei soll gelten $l \leq m \leq n$.

Wieviele solche nicht-kongruente Dreiecke mit $n = 9$ gibt es?

Wie lautet eine allgemeine Formel für die Anzahl solcher Dreiecke bei festem ungeradem n ?

10 Punkte

Aufgabe 4:

Sei n eine positive ganze Zahl. Von jeder der ganzen Zahlen $n + 1, n + 2, \dots, 2n$ nehmen wir jeweils den größten ungeraden Teiler. Beispielsweise sind für $n = 6$ der größte ungerade Teiler von $n + 1 = 7$ gegeben durch **7**, der von $n + 2 = 8$ gegeben durch **1** und der von $2n = 12$ gegeben durch **3**. Aus diesen Teilern bilden wir die Summe.

Zeige, dass diese Summe gleich n^2 ist!

10 Punkte